

IN325T2, Algorithmes et structures de données
Licence d'informatique
durée 2h

Les notes de cours et TD sont autorisées.

Les deux parties A et B sont à rendre sur des copies séparées.

Chaque candidat doit, au début de l'épreuve, porter son nom dans le coin de la copie qu'il cachera par collage après avoir été pointé. Il devra en outre porter son numéro de place sur chacune des copies, intercalaires, ou pièces annexées.

Partie A

Exercice 1. Arbres et forêts

Question 1. *Ecrire en pseudo-code une fonction qui affiche le nombre de feuilles d'un arbre binaire A .*

Question 2. *Ecrire en pseudo-code une fonction qui affiche les noeuds de profondeur k d'une forêt F donnée sous sa représentation fils-frère.*

Question 3. *On appelle longueur de cheminement d'un arbre binaire la somme des hauteurs de tous ses noeuds. Ecrire en pseudo-code une fonction qui calcule la longueur de cheminement d'un arbre binaire A .*

Exercice 2. Connexité

On considère le graphe non orienté $H = (S, A)$ où l'ensemble des sommets est $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ et l'ensemble des arêtes est $A = \{\{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{5, 6\}, \{7, 8\}, \{7, 9\}\}$.

Question 4. *Dessiner le graphe H et donner sa représentation par tableau des listes de successeurs.*

Question 5. *Pour le parcours en profondeur du graphe H , on suppose que les successeurs sont traités dans l'ordre numérique. Donner la suite des sommets parcourus dans l'ordre de première visite, si l'on part du sommet 1. Dessiner la forêt couvrante associée au parcours effectué.*

Question 6. *Comment se servir du parcours en profondeur pour déterminer si un graphe est connexe ou non ?*

Question 7. *Ecrire en pseudo-code une fonction qui prend en entrée un graphe G non orienté et retourne 1 ou 0 selon que G est connexe ou non.*

Question 8. *Si le graphe G est représenté par ses listes de successeurs, donner la complexité de la fonction en terme du nombre n de sommets et du nombre p d'arêtes.*

Partie B (A rendre sur une copie séparée)

Cette partie étudie des algorithmes répartis fonctionnant sur un réseau de processus communicants uniquement par messages, transmis par des lignes de communication bidirectionnelles, fiables, avec un temps de transmission fini.

Les processus du réseau ont des identités, deux à deux distinctes, et possèdent de plus chacun une donnée, appartenant à un ensemble totalement ordonné. Le type précis de cette donnée n'a pas d'importance, on peut supposer pour simplifier qu'il s'agit d'un nombre entier.

Structure d'anneau ou d'arbre couvrant

Un des sites du réseau joue un rôle particulier, et on suppose de plus qu'il existe sur le réseau une structure particulière soit d'anneau couvrant, soit d'arbre couvrant. Cette structure a pu être créée au préalable par un algorithme adéquat, qu'on ne demande pas de décrire ici. Dans le cas de l'arbre, le site particulier est la racine.

Question 9. *Quelle(s) variable(s) locale(s) doit posséder chaque site du réseau pour que la structure soit mémorisée de manière répartie dans chacun des deux cas :*

- *structure en anneau*
- *structure en arbre*

Précisez dans chaque cas la nature de la ou des variables, et son ou leur rôle.

Recherche de la plus grande valeur

On suppose à présent que le site qui joue un rôle particulier désire connaître la plus grande des valeurs détenues par les différents sites, ainsi que l'identité du site qui la détient (ou une des identités en cas d'égalité).

Question 10. *Écrivez un algorithme réparti résolvant ce problème :*

- *dans le cas de l'anneau*
- *dans le cas de l'arbre*

Dans les deux cas, votre algorithme devra respecter la contrainte suivante : Les paramètres de chaque message utilisé devront être au maximum une identité de site et une valeur.

Complexité

Question 11. *Pour chacun des deux algorithmes de la question ci-dessus, indiquez le nombre total de messages nécessaires à sa réalisation (en fonction du nombre N de sites du réseau).*

En se basant sur un temps moyen de transmission de message, ces nombres donnent-ils une indication du temps nécessaire à la réalisation de l'algorithme ? Pourquoi ? Éventuellement, appuyez votre explication par un exemple.